

# 高等數學教育所面對的困境 以及我們的解決之道

國立中央大學數學系

鄭經敦

111/01/17

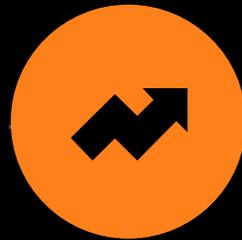
# OUTLINE



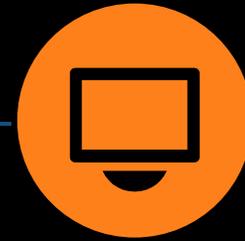
困境



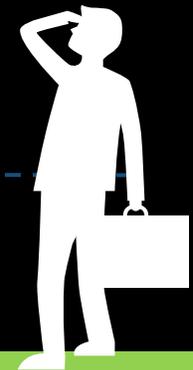
思考



突圍



觀察



省思

# 困境

- 由於中學數學授課時數減少...等種種因素，進入數學系的學生在計算能力、學習專注度與邏輯推理能力都無法勝任以往的課程要求。
- 學生不知道為什麼要學數學，幾乎整個系的學生都瀟灑著散漫的氣息，不認真讀書只是想辦法畢業拿學位，畢業後不繼續深造的比例也相當高。
- 國外的報導（Report on Mathematics in Industry）也指出，現在在業界更傾向於找數學好的工程師，而非數學專業的人士來解決相關問題。

# 思考

- 在現今中學數學的內容、強度與學習氛圍不能改變的情況之下（非操之在我），大學

端的課程與教學一定要做出改變。要怎麼做改變？

- 數學系想要給學生什麼訓練？讓學生具備一定的邏輯能力肯定幾乎是大多數老師會冒出的第一個念頭，但是因為學生的學習態度不佳，授課老師只好降低標準到學生也許只要會寫習題就能通過一門課，這樣真的有訓練到邏輯能力嗎？

# 思考

- 傳統數學課程的安排著重於訓練未來的數學家，但是絕大多數的學生在現在的氛圍下連邏輯能力都沒辦法被培養起來，更遑論基本的數學能力。對於那些將來不走數學研究的學生，我們能做什麼？有沒有特別的課程設計，可以兼顧訓練未來的數學家，以及不走數學研究道路的學生？
- 學生學習態度不佳，除了大環境的影響之外，更多的原因是缺乏學習數學的動機。學生常常會問說高微 / 分析或代數有什麼用？如果真的有用（指實際的應用而非在後面的數學課程可能會用到的），那能不能在數學課程的安排裡面加入一點點應用，讓學生知道數學真的有用？

# 思考

- 傳統數學課程之間過於獨立缺乏關聯性，學生常常一門課沒學好還是能繼續學另一門，導致並不覺得一定要打好「基礎」才能往下學，最後也因為缺乏關聯性而使得之前沒學好的科目很快因為無法進行經驗積累就又直接打回像是沒學過的狀態。
- 傳統數學課程的安排太過強調「完美」，例如沒有實分析的基礎時講 Fourier series 與 Fourier transform 就缺乏美感，因此在工程界最重要的數學之一 Fourier Analysis 在數學系一般大學部必修課不教。數學上的美感是否可以適度放掉？

# 思考

為什麼目前業界更傾向於找數學好的工程師，  
而非數學專業的人士來解決相關問題？  
是否因為接受傳統數學訓練的學生習慣紙上談兵，  
而不願實際動手解決問題？

# 突圍

- 為了訓練能**成為數學界與業界橋樑**的學生而進行課程設計。課程必須維持數學的訓練，但是也要適當地加入實際應用的訓練。
- 為了誘發學習動機，**新設計的課程必須能「環環相扣」**，讓學生能藉由不同的課程去體會其它的課程的（部份）精髓，能有機會做數學知識的積累。

# 突圍

- 強調基礎數學課程的「應用屬性」，適當調整課程內容，加入更多的應用工具進入課程，例如線性代數中加入 SVD、分析導論中加入 Fourier series 和 Fourier transform 等，也新開數學建模、最佳化與應用的非傳統數學課程。在課程中講授的理論亦必須盡量做到自洽（self-contained），而不是如工程數學般的只交代定理。
- 強調基礎數學課程的「未來應用面」，針對系上老師所願意投入的應用領域（大三課程）鋪墊與其相關的數學基礎課程（大一、二課程），讓學生在進行應用課程時能更深刻體會修習數學基礎課程的必要性。

# 突圍

- 針對上述的想法，中大數學系在 108 學年度開始成立了計算與資料科學組（簡稱計資組），進行了大幅度的課程改變。另外，本系仍有數學科學組，並維持原有的傳統數學課程訓練。
- 要強調的是，中大數學系並非在系內成立另一個資工組，所以大一、二的課程都是以數學邏輯證明為主，來進行各個課程的教授。

# 突圍

	必修課	必選修課
大一上	微積分一、線性代數一、基礎數學、 基礎程式設計	
大一下	微積分二、線性代數二、科學計算導論	
大二上	分析導論一、機率論、數值線性代數、 數學建模	
大二下	分析導論二、統計學、數值微分方程、 最佳化與應用	
大三上		流體力學計算、數學影像處理導論、 金融數學導論、資料科學導論
大三下		流體力學計算專題、數學影像處理專 題、金融數學專題、資料科學專題

# 突圍

科目	課程設計理念說明
科學計算 導論	本課程是把傳統數值分析課中與數值線代與微分方程求解拿掉所剩餘的部份，與「微積分下」平行開授，讓學生在微積分中學到數列、級數與泰勒展開式的同時，能更具體理解如何將這些理論拿來進行數值微分、數值積分、牛頓法等「數學上的應用」。
數學建模	微分方程被本課程取代，本課程內容包含量綱分析、微分方程模型的推導以及變分學的基本原理，傳統微分方程課的內容選擇維持了「積分因子」、「二階常係數非齊次方程」以及「線性系統」的求解。
數值線代	本程主要講授解 $Ax=b$ 與求特徵值的演算法。
最佳化與 應用	本課程主要講授函數求極小值發生處 ( critical point ) 的演算法。
分析導論	分析導論一的內容必須同時兼顧數值線代與最佳化與應用的需求，讓這三門課有相輔相成的效果。分析導論二的重點是講授 Fourier 相關的前置作業與 Fourier analysis。

# 突圍

- 四個應用方向的導論課是讓學生有機會利用大一、二所學，進行應用領域的第一次接觸（學習相關領域的基礎知識），而專題課則是深化導論課的學習，以實作解決實際問題為出發點進行進一步的學習。
- 以數學影像處理為例，其中用到了變分學、偏微分方程數值解、最佳化方法等大二的課程會學到的內容，即使理論上在這個領域仍需學過實變、泛函等才能完備這方面的學習，但是以誘發學生學習動機的角度來說是成功的。我們也期待有學生能因為這樣的過程反而更願意學習進階的數學理論。
- 因為暫時無法提供後續的應用課程，代數、複變等傳統數學科目不再是必修課程。但是因為仍有數學科學組，不用擔心不再開設這些基礎課程的問題。

# 觀察

- 有部份計資組的學生仍然會去修代數、微方、複變等數學傳統科目，也有部份數學組的學生會修計資組的必修科目。
- 有計資組學生對數學理論極有興趣，不排除未來走入純數學領域的道路。但是即便如此，我們仍然認為適當的應用數學訓練將對學生的未來性會有加乘的效果。
- 有學生選擇了資工雙主修，然後在學習了資工那邊的機器學習之後回到數學系說覺得機器學習很恐怖，因為是訓練了一個黑盒子但是缺乏誤差分析，完全不能預估出現的結果（的誤差）。
- 有學生在剛進入計資組後說這不是他想像中的應用數學（仍然強調邏輯證明），大一的數學科目表現亦不佳，但在經過重修大一課程以及部份大二課程的洗禮之後，現在（大三）在大二分祈課、建模課以及數學影像處理課上的表現很優秀。

# 省思

- 課程內容的重新設計會是重中之重，不能依循現有的教科書，而是在統整好課程的角色、順序之後重新編排，才能達到環環相扣的效果。
- 做任何的改變，最重要的因素是人。沒有人的配合，再好的課程設計都是空談。
- 中大數學系計資組的課程設計不是萬靈丹，每個學校都可以針對現有師資、願意投入改變的老師以及學生的素質重新做課程設計，讓數學系重新活出自己的特色。

**Thank You  
For Watching !**

